francetv innovations &développements

L'upscale ou comment il est possible de visionner une image HD sur un télé 4K sans que ce soit la cata …

Le Bras – Janvier 2018

Objectif

- Le marché des téléviseurs 4K augmente alors qu'il n'y a pas de vraie diffusion 4K accessible au grand public, c'est un peu la même histoire que lors du passage SD vers HD sauf que la résolution 4K est supérieure au pouvoir discriminant de l'oeuil humain avec les téléviseurs de taille standard.

- La 4K ne sert donc a rien a moins d'avoir un très grand téléviseur, sauf que si le calcul des pixels qui ne sont pas transmis est fait n'importe comment, l'image sera moins bonne !

- Petite visite guidée de ce qu'il faut faire dans le téléviseur pour que l'image soit séduisante.

Objectif

- La problématique est celle du calcul de pixels qui n’ont pas été captés ou simplement pas transmis.

- Pour simplifier l’approche, la théorie est présentée dans un environnement mono-dimensionnel (un signal) puis généralisée au cas bidimensionnel (une image).

- En reformulant, il s’agit de déterminer dans quelle mesure il est possible de reconstituer un signal échantillonné avec une période T avec une période $T' < T$.

- Les outils nécessaires (Transformée de Fourier, Convolution, Filtrage, Echantillonnage) sont brièvement présentés avant que de présenter le cœur du réacteur : le ré-échantillonnage.

Transformée de Fourier

- Fourier a montré qu'il est possible de décomposer un signal périodique (T) en une somme pondérée de sinusoides et cosinusoides de fréquences multiples de 1/T avec une composante continue

- Le spectre d'un signal est basé sur les coefficients de pondération des sinus et cosinus, c'est en général une grandeur complexe que l'on représente en amplitude et en phase

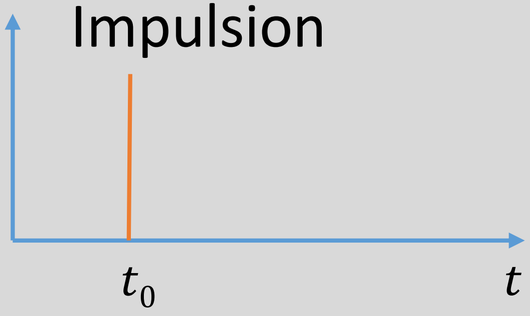
- Le spectre d'un signal continu périodique est donc discontinu, si le signal est quelconque le spectre devient continu

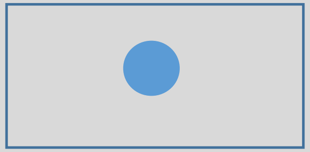
Convolution 1/2

- C’est l’effet que produit un instrument de mesure qui donne une image floue d’un phénomène

Entrée :

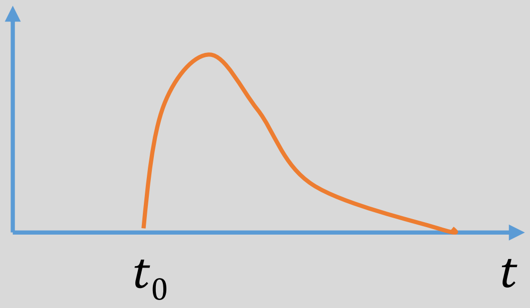
Impulsion

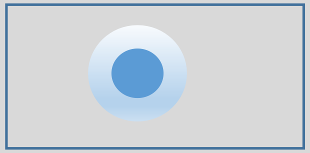




Signal bidimensionnel (image) en entrée (les contours sont nets)

Sortie : réponse impulsionnelle

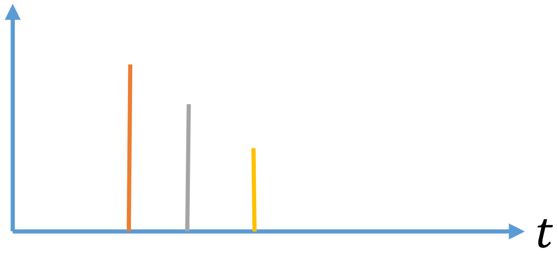




Signal en sortie (les contours sont flous, l’impulsion est moins franche)

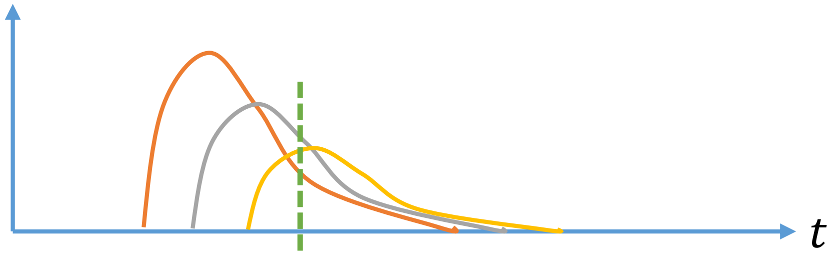
Convolution 2/2

Entrée



$e(0)$, $e(\Delta t)$, $e(2\Delta t)$, ... $e(k\Delta t)$ ...

Sortie



$e(0).h(t)$, $e(\Delta t).h(t-\Delta t)$, $e(2\Delta t)\,).h(t-2\Delta t)$, ... $e(k\Delta t)\,).h(t-k\Delta t)$, ...

$s(t) = e(0).h(t) + e(\Delta t).h(t-\Delta t) + e(2\Delta t)\,).h(t-2\Delta t) + \dots$

$$\boxed{s(t) = \sum e(k\Delta t)\,).h(t-k\Delta t) \text{ pour } k\ \{0;\infty\}}$$

- $s(t)$ est le produit de convolution du signal d'entrée $e(t)$ par la réponse impulsionnelle du système $h(t)$, on note : $s(t) = e(t) * h(t)$
- Calculer le produit de convolution revient donc a effectuer une somme pondérée du voisinage de chaque point.

Filtrage 1/3

- Théorème de Plancherel :
  - signal s(t) a pour spectre $S(\gamma)$, un autre f(t) a pour spectre $F(\gamma)$, alors :
  - $s(t).f(t)$ a pour spectre $S(\gamma) * F(\gamma)$
  - $s(t) * f(t)$ a pour spectre $S(\gamma).F(\gamma)$
  - **La convolution dans l'espace temporel est une multiplication dans l'espace fréquentiel et inversement**.

- Filtrage :
  - Filtrer $S(\gamma)$ par $F(\gamma)$ c'est réaliser le produit $S(\gamma).F(\gamma)$ (filtrage fréquentiel). Le produit de convolution $s(t) * f(t)$ permet de calculer le signal sans passer par le domaine fréquentiel
  - **Le filtrage se ramène à calculer pour chaque échantillon d'un signal une somme pondérée des échantillons avoisinants (le nombre et les valeurs des coefficients de pondération déterminent la nature du filtre)**

Filtrage 2/3

- Soit une image $f(x, y)$
- Un filtre de réponse impulsionnelle $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & g \\ h & i & j \end{bmatrix}$ avec $\sum a, b, c, \ldots = 1$
- Filtrer $f(x, y)$ revient à calculer pour chaque (x, y) :

$$f'(x,y) = a.f(x-1, y-1) + b.f(x, y-1) + c.f(x+1, y-1) + \\ d.f(x-1, y) + e.f(x, y) + g.f(x+1, y) + \\ h.f(x-1, y+1) + i.f(x, y+1) + j.f(x+1, y+1)$$

francetvinnovations &développements

Filtrage 3/3

- Exemples de filtres (sans grande finesse) :

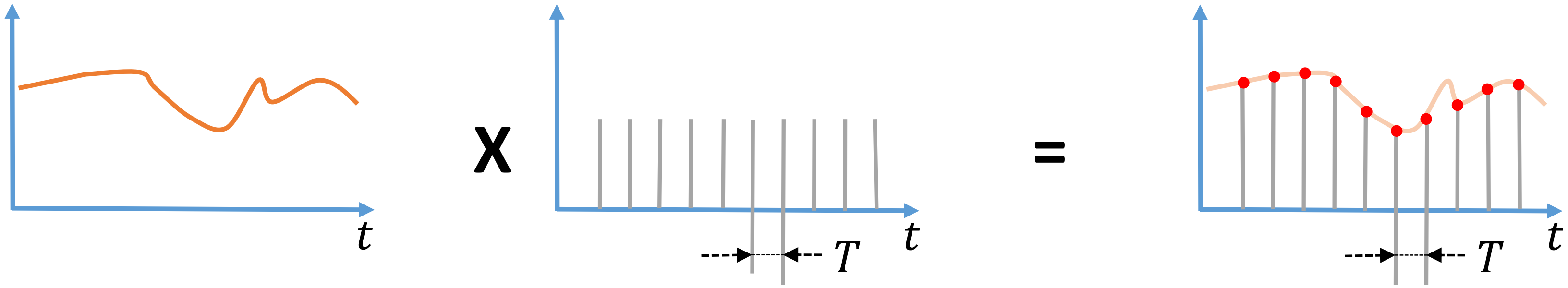
- passe bas $\begin{bmatrix} 0 & 1/5 & 0 \\ 1/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$

- passe haut $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

francetvinnovations
&développements

Echantillonnage 1/3

- Echantillonner un signal continu revient à lui appliquer un filtrage temporel par un peigne de Dirac de période T …
- Argggg : un Dirac c'est une impulsion courte (mais intense), un peigne de Dirac c'est une succession régulière d'impulsions toutes les T secondes
- Donc pour échantillonner un signal, ''il suffit'' de le multiplier par un peigne de Dirac



Echantillonnage 2/3

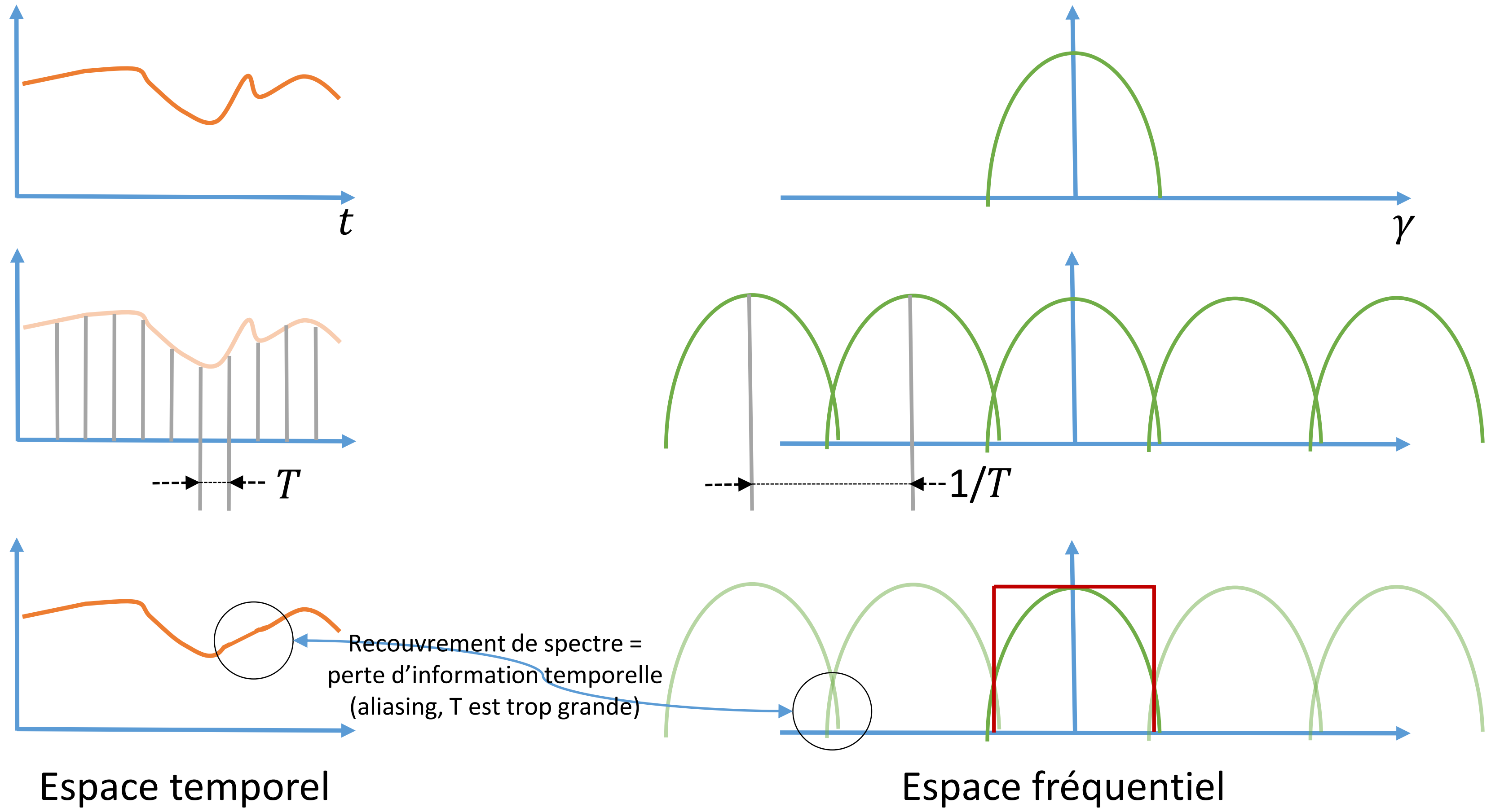
- Le spectre d’un peigne de Dirac de période T est un peigne de Dirac de fréquence 1/T

- Le spectre d’un signal échantillonné est donc la convolution de son spectre avec celui d’un peigne de Dirac, **ce qui revient à reproduire son spectre initial avec la fréquence de 1/T**

- Pour que l’échantillonnage ne déforme pas le signal d’origine, il faut (et il suffit) que la fréquence d’échantillonnage (1/T) soit supérieure à 2 fois la fréquence maximum du signal initial (cf slide suivant)

francetvinnovations &développements

Echantillonnage 2/2

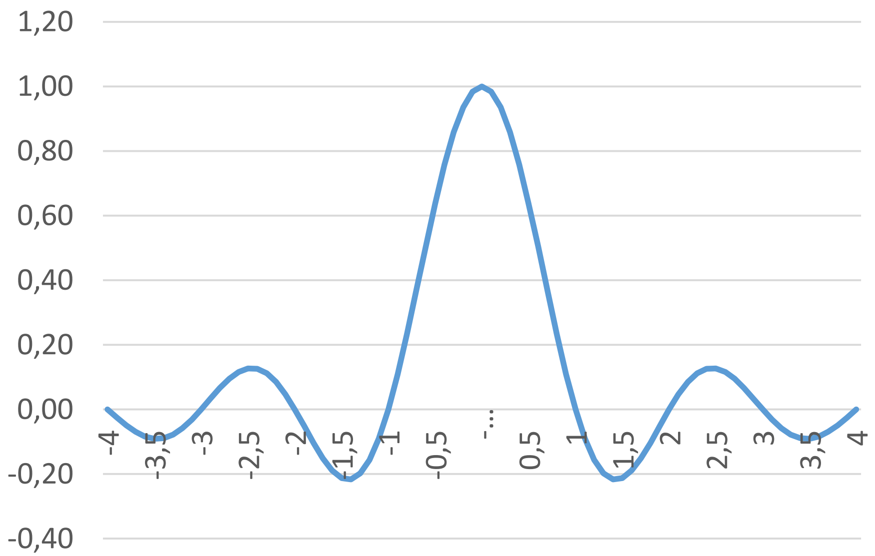


Reconstitution du signal après échantillonnage 1/6

- Il ''suffit'' de filtrer le spectre du signal échantillonné par une fonction porte qui ne laissera passer qu'une occurrence du spectre initial (en rouge dans le slide précédent)
- La convolution s'effectue avec la transformée de Fourrier inverse de la fonction porte :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT) \,.\, \frac{\sin \pi(\frac{t}{T} - k)}{\pi(\frac{t}{T} - k)}$$

(interpolation de Shannon)

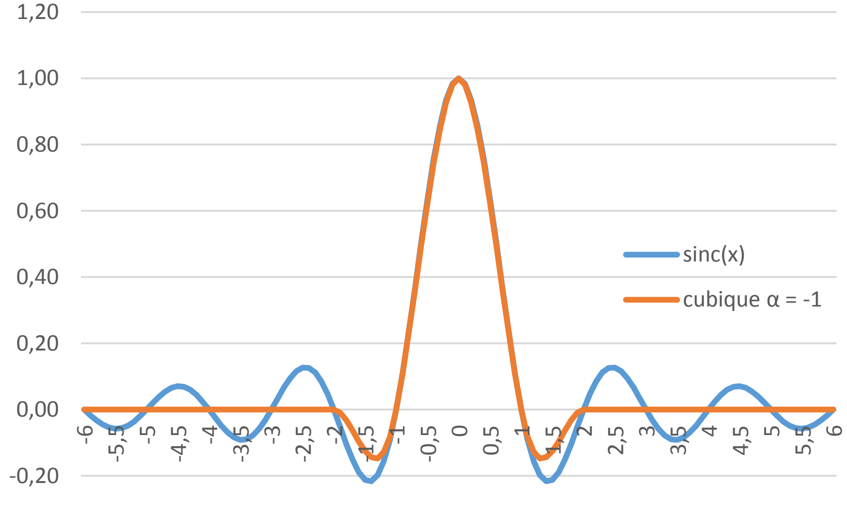


Reconstitution du signal après échantillonnage 2/6

- Problème : interpolation de -∞ à + ∞ … pour que cela devienne possible, il faut utiliser une fonction porte ayant une réponse impulsionnelle bornée.
- Deux possibilités :
  - Faire une approximation de $\frac{\sin x}{x}$ par des polynômes du 3$^{\text{ième}}$ degré en imposant une pente nulle sur le dernier lobe : interpolation cubique.
  - Fenêtrer $\frac{\sin x}{x}$ par une autre fonction qui permet d'obtenir une pente nulle à la fin des lobes extrêmes. C'est l'interpolation de Lanczos, pratiquée en général sur 2 ou 3 lobes.

Reconstitution du signal après échantillonnage 3/6 : Cubique sur 2 lobes

- $$\begin{cases} P1(x) = \ a_1x^3 \ + b_1x^2 + c_1x + d_1\, pour\ 0 \leq x < 1 \\ P2(x) = \ a_2x^3 \ + b_2x^2 + c_2x + d_2\, pour\ 1 \leq x < 2 \\ P_3(x) = P_1(-x)\ pour\ \ -1 \leq x < 0 \\ P_4(x) = P_2(-x)\ pour -2 \leq x < -1 \end{cases}$$



α est la pente autour de 1 et -1

- $$\begin{cases} P_1(0) = 1 \\ P_1(1) = 0 \\ dP_1(0)/dx = 0 \\ dP_1(1)/dx = \alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} P_2(1) = 0 \\ P_2(2) = 0 \\ dP_2(1)/dx = \alpha \\ dP_2(2)/dx = 0 \end{cases}$$

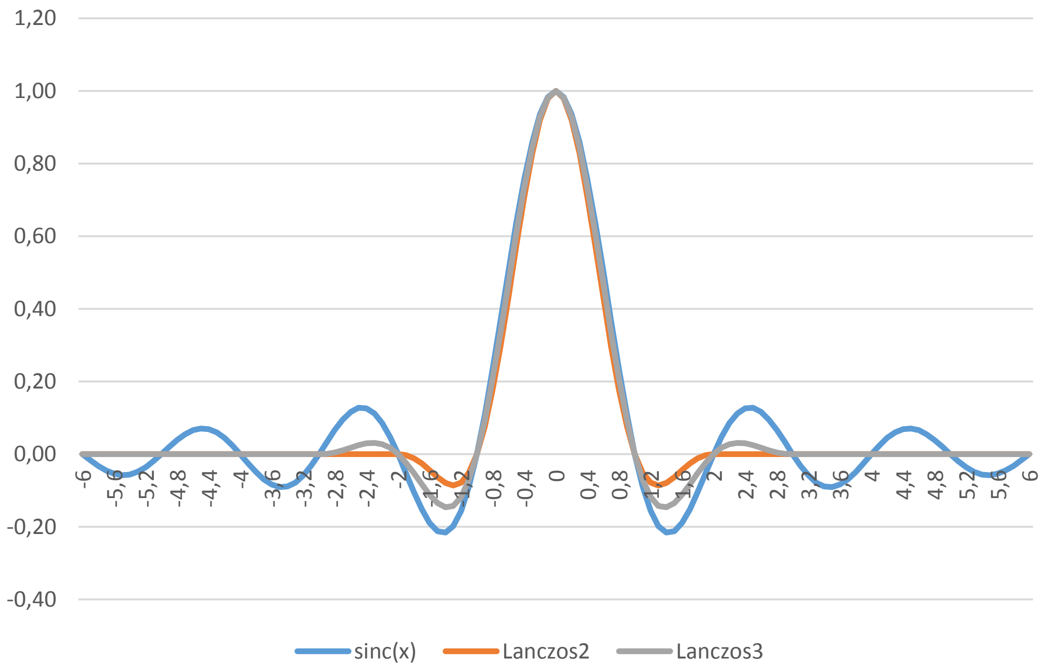
- Résolution du système de 2x4 équations à 4 inconnues :

  $a_1 = \alpha+2$; $b_1 = -(\alpha+3)$; $c_1 = 0$; $d_1 = 1$; $a_2 = \alpha$; $b_2 = -5\ \alpha$; $c_2 = 8\ \alpha$; $d_2 = -4\ \alpha$;

Reconstitution du signal après échantillonnage 4/6 : Lanczos

- $l(x) = \begin{cases} 1 & si\ x = 0 \\ \dfrac{a.\sin(\pi x).\sin(\frac{\pi x}{a})}{(\pi x)^2} & si\ \ -a \leq x < a \\ 0 & ailleurs \end{cases}$

- a est le nombre de lobes



Reconstitution du signal après échantillonnage 5/6

- En pratique cela revient à effectuer la somme des points autour du point recherché pondérée par les valeurs de la fonction d'interpolation $f(x)$

- Par exemple sur 4 points (l'écart entre deux échantillons est normalisé à 1), on calcule la valeur de $s(x)$ pour x = 7,5 :

$$s(7{,}5) = s(6).f(7{,}5-6) + s(7).f(7{,}5-7) + s(8).f(7{,}5-8) + s(9).f(7{,}5-9)$$

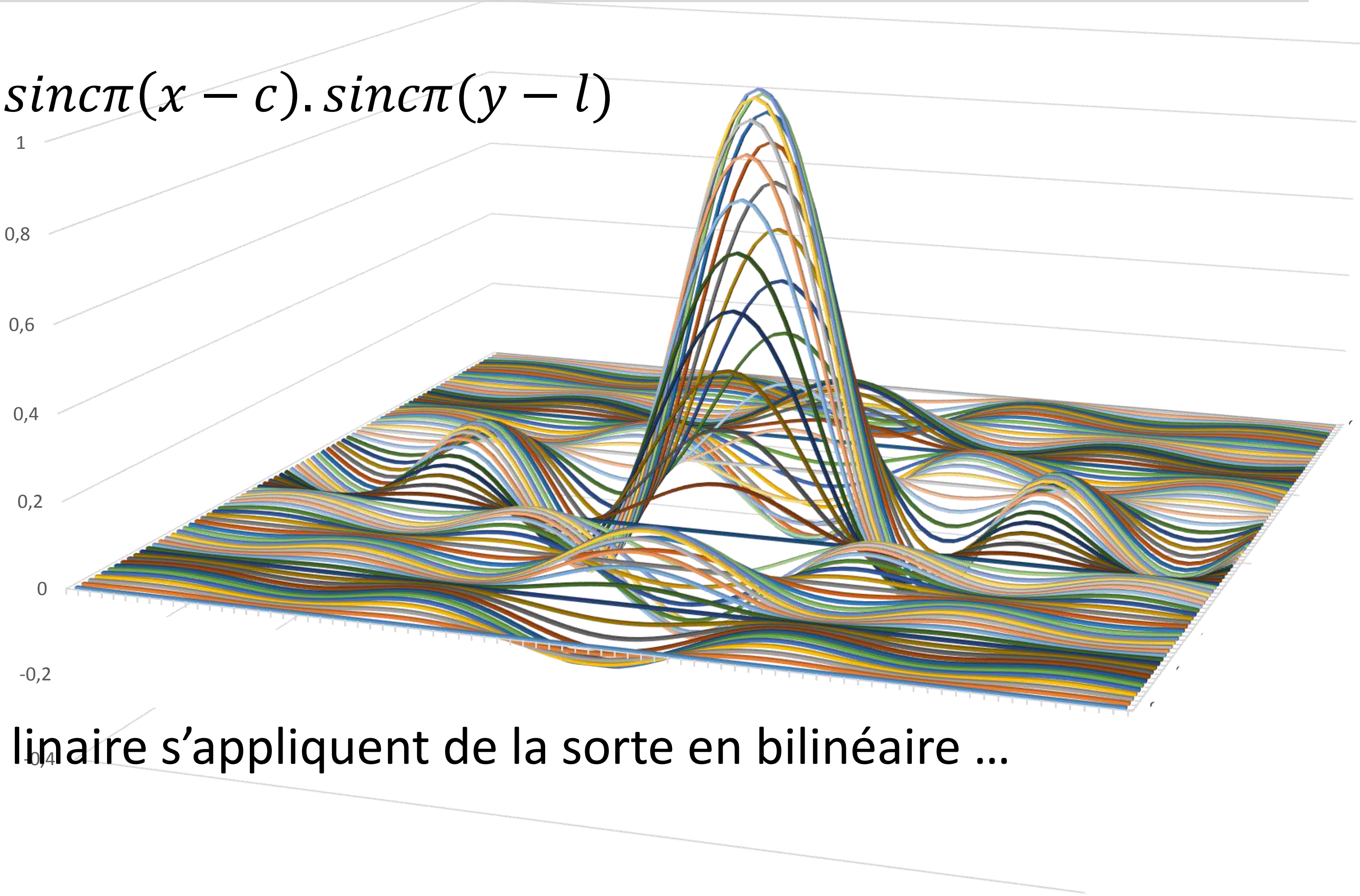
- Attention : Il faut normaliser le résultat en le divisant par la somme des coefficients

Reconstitution du signal après échantillonnage 6/6

- Pour des raisons de rapidité (mais pas de qualité), on peut utiliser :
  - Interpolation linéaire
  - Affectation du plus proche voisin <= c'est le plus simple a faire, mais c'est ce qui donne une image avec des gros pavés qui se voient !

Passage en bi-dimensionnel

$$f(x,y) = \sum_{l}\sum_{c} f(l,c).\,sinc\pi(x-c).\,sinc\pi(y-l)$$



Les principes énoncés en linaire s’appliquent de la sorte en bilinéaire …

Interpolation bidimensionnelle

Image originale

Doublement de sa taille par duplication du pixel le plus proche

interpolation bicubique

L'interpolation bicubique (tout comme Lanczos) permet d'obtenir une image upscalée de qualité

Conclusion

- L'interpolation de Shannon qui restituerait la totalité du signal (pour peu qu'il ait été correctement échantillonné) n'est pas réalisable physiquement.
- Des méthodes de troncature de cette interpolation (Bicubique, Lanczos) permettent d'obtenir des résultats probants pour un passage de HD à 4K en améliorant la perception visuelle des détails dans l'image 4K.
- Pour un passage de HD à 4K, les positions des points à calculer étant connues à l'avance, les coefficients de pondération ne sont pas calculer pour chaque point, ce qui permet de minimiser la puissance CPU nécessaire au niveau du téléviseur.
- Dans tous les cas, on se ramène à une somme pondérée du voisinage,
  - Sur un nombre de pair de points pour ré-échantillonner,
  - Sur un nombre impair pour filtrer !